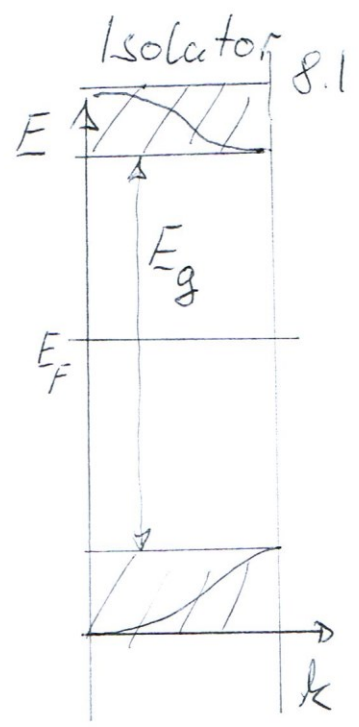
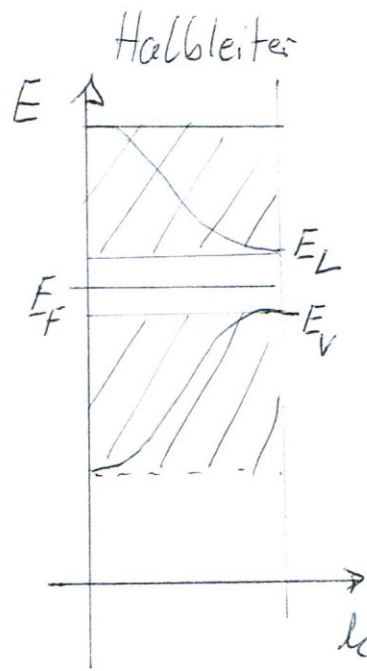
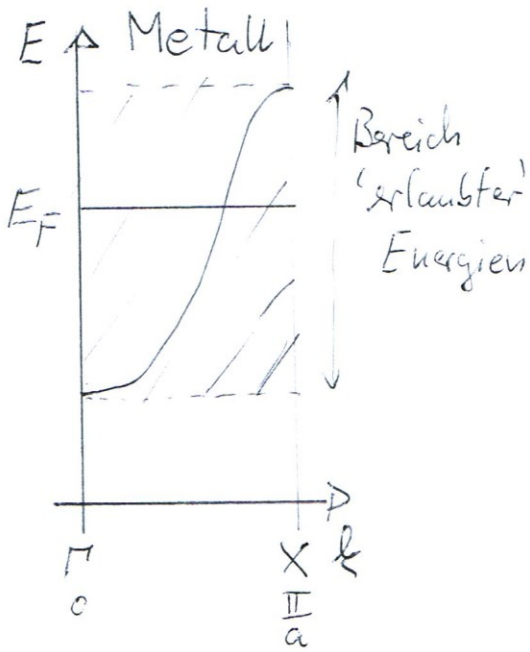


8. Halbleiter



Valenzbandkante E_V

Leitungsbandkante E_L

$$E_g = E_L - E_V$$

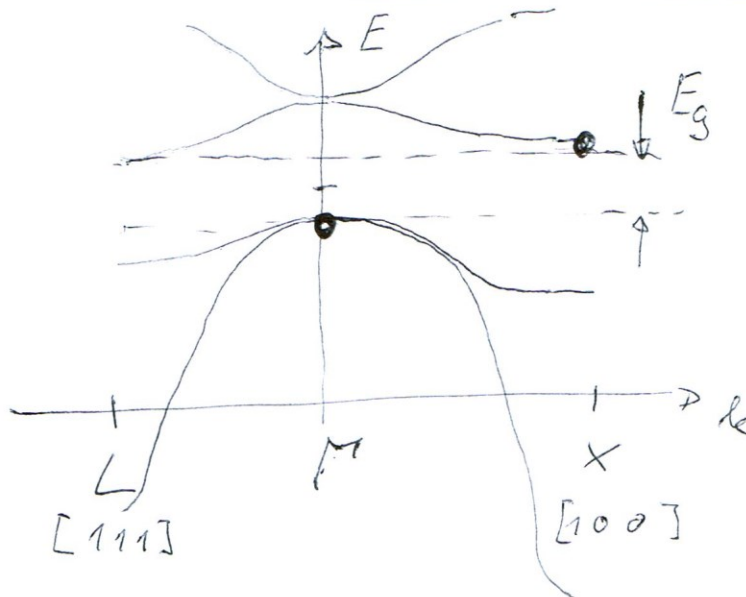
Halbleiter: $E_g < 2 \text{ eV}$

Isolator: $E_g > 2 \text{ eV}$

Der Übergang ist fließend!

	Si	Ge	GaAs	InP
$E_g(\text{eV})$	1,12	0,75	1,43	1,4
	indirekt	indirekt	direkt	direkt

Si



indirekte Lücke:

Oberkante v. E_V und
Unterkante v. E_L liegen
nicht übereinander.

Aus M-Punkt sind die beiden Bänder, die zur Valenzband-Oberkante gehören, entartet (= gleiche Energie).

Näherungsweise kann man an der Valenzbandkante eine Parabel anfittern (zwei Parabeln in diesem Fall).

Wir werden später sehen, dass nur Zustände ~~nach~~ nahe E_c bzw. E_v zum el. Transport beitragen. Dann kann man das Modell freier Elektronen (s. Kap. 6) anwenden, bis auf die Tatsache, dass die Krümmung anders ist:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{h1}^*} \quad \text{bzw.} \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{h2}^*}$$

Effektive Masse m^* . Flachere Krümmung $\rightarrow$ große Masse.

Bei zwei Parabeln (s. Si) muß man mitteln.

Einfaches Rezept: Nimm Glg f. Elektr.-Gas Modell
Ersetze m durch m^* .

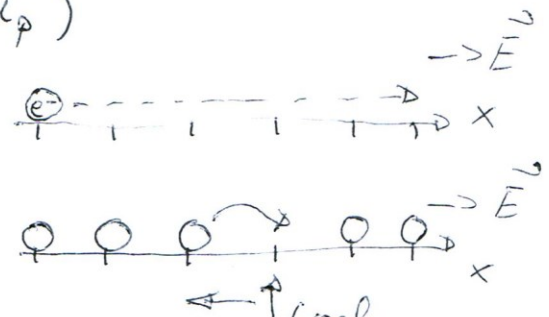
8.2 Eigenleitung

Erinnerung: e^- -Leitung im Metall: $j = \sigma E$, $\sigma = en\mu$
Beweglichkeit μ subsummiert alle Streueffekte

Halbleiter: $\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)$

n Konzentration der Elektronen

p Konzentration der Löcher



μ_n, μ_p Beweglichkeit für Löcher / Elektronen

Ladungsträgerdichte:

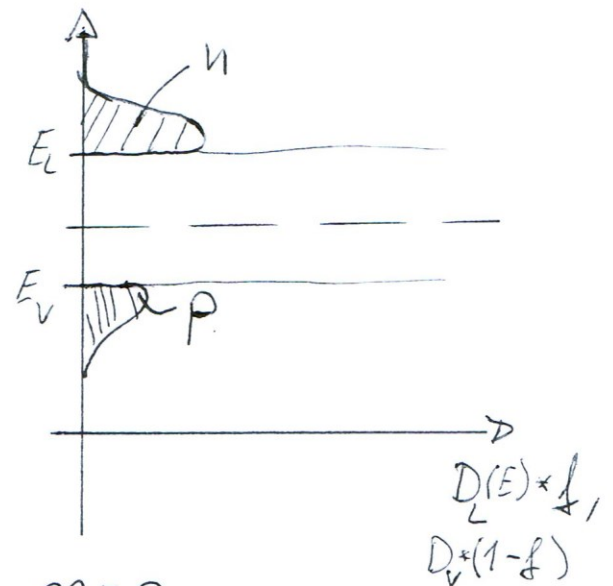
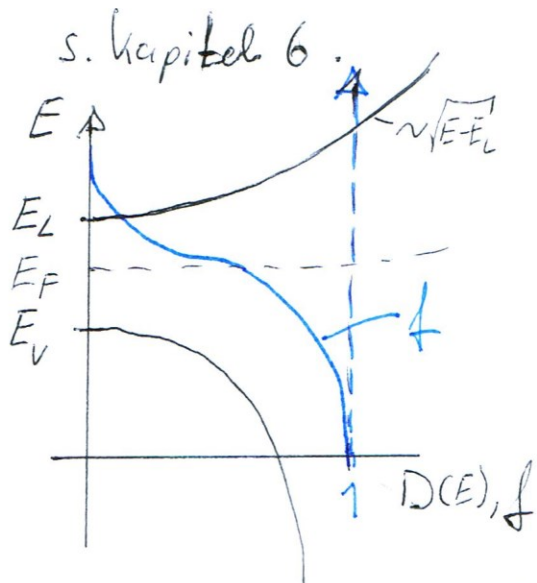
$$n = \int_{E_L}^{\infty} D_L(E) f(E, T) dE \quad (8.1)$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} D_V(E) (1 - f(E, T)) dE$$

mit den Zust.-Dichten $(2m_n^*)^{3/2}$

$$D_L(E) = \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_L} \quad (E > E_L)$$

$$D_V(E) = \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E_V - E} \quad (E < E_V)$$



Intrinsische Leitfähigkeit: $n = p$

Näherung für nicht zu hohes T : $E - E_F \gg 2k_B T$

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E - E_F)/k_B T} + 1} \approx e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}} \ll 1$$

$$f(E) \propto e^{\frac{-E_L + E_F}{kT}} \cdot e^{\frac{E_L - E}{kT}} = e^{\frac{-E_F + E}{kT}} = e^{\frac{E - E_F}{kT}}$$

8.4

mit $\frac{E_F}{kT} = E_L - E_F$ und $E^* = E - E_L$

Damit folgt für n : (aus 8.1)

$$\begin{aligned} n &= e^{-\frac{E_F}{kT}} \cdot \int_0^{\infty} \frac{1}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E^*} e^{-\frac{E^*}{kT}} dE^* \\ &= e^{-\frac{E_F}{kT}} \cdot \frac{1}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} (kT)^{3/2} \underbrace{\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx}_{= \frac{\sqrt{\pi}}{2}} \end{aligned}$$

$$= e^{-\frac{E_F}{kT}} 2 \cdot \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$n = N_{\text{eff}}^L e^{-\frac{E_F}{kT}} \quad \text{mit } N_{\text{eff}}^L = 2 \cdot \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (8.2)$$

N_{eff}^L : eff. Entartungsdichte an E_L

Prakt. Formel: $N_{\text{eff}}^L = \left(\frac{m_n^*}{m} \cdot \frac{T(k)}{300k} \right)^{3/2} \times 2.5 \cdot 10^{25} \frac{1}{m^3}$

Für p gilt entsprechend:

$$p = N_{\text{eff}}^V e^{-\frac{E''}{kT}} \quad \text{mit } N_{\text{eff}}^V = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (8.3)$$

und $E'' = E_F - E_V$

Eigentlich muß auch E_F durch μ ersetzt werden.

$$\rightarrow \mu = \frac{1}{2}(E_L + E_V) + \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

In jedem Fall gilt das Massenwirkungsgesetz:

$$n \cdot p = N_{\text{eff}}^L \cdot N_{\text{eff}}^V e^{-\frac{E_L - E_V}{kT}} = N_{\text{eff}}^L \cdot N_{\text{eff}}^V e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

unabh. von E_F bzw. μ .

Mit $n = p$ folgt für die intrinsische Konzentration:

$$n_i = p_i \text{ und}$$

$$n_i^2 = n_i p_i = N_{\text{eff}}^L N_{\text{eff}}^V e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad (8.4)$$

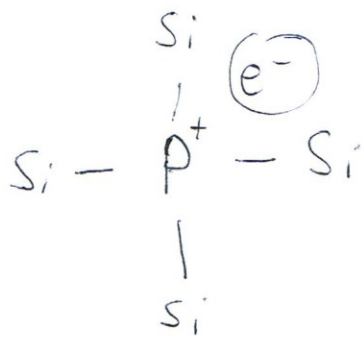
$$\rightarrow \boxed{n_i = p_i = \sqrt{N_{\text{eff}}^L N_{\text{eff}}^V} e^{-\frac{E_g}{2kT}}}$$

$$\begin{aligned} 300\text{K}: \quad n_i(\text{Si}) &= 1,5 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3} \\ n_i(\text{GaAs}) &= 5 \cdot 10^7 \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

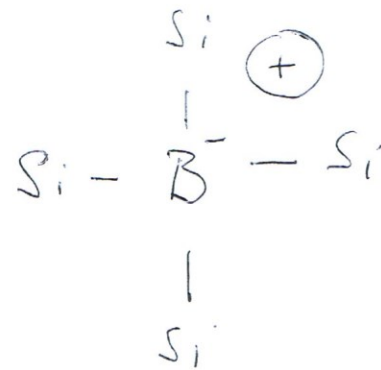
Zusätzlich zu den intrins. (bei endl. T angeregt.)

Ladungsträgern kann man Dotieren.

8.3 Dotierung



n-Dot.



p-Dot.

Bindungsenergie des Elektrons an das Phosphor-Ion:

Für Wasserstoff gilt: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$E_0 = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} = 13,4 \text{ eV}$$

Hier: P^+ befindet sich nicht im Vakuum sondern in einem Material mit der rel. Permeabilität ϵ_r

Ge: $\epsilon_r = 16$; Si: $\epsilon_r = 12$

→ Ersetze ϵ_0 durch $\epsilon_0 \epsilon_r$ und m durch m_n^*

Bindungsenergie eines Donators (Phosphor) E_D

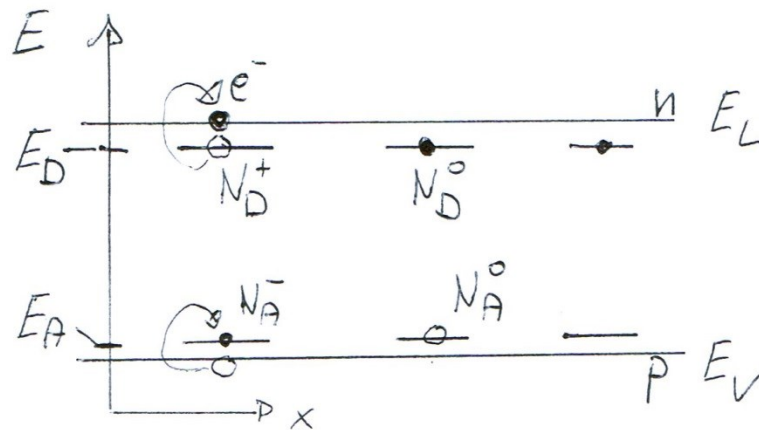
$$E_L - E_D = E_0 \cdot \frac{1}{\epsilon_r^2} \frac{m_n^*}{m} = E_0 \frac{1}{16^2} \cdot \frac{1}{10} \approx 6 \text{ meV}$$

↑ Ist nur Faustformel. Man kann numerisch genauer arbeiten.
Bohr'scher Radius des ^{gebundenen} ~~angeregten~~ Elektrons.

$$r = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{h^2}{\pi m_n^* e^2} \approx 20 r_{\text{Bohr}}$$

r ist groß gegen Atomabstand

Bo im Folgenden: Ladungsträgerdichte



n, p konz. freier Elektr. und Löcher

N_D, N_A " von Donator- und Akzeptor-Ionen

N_D^0, N_A^0 " " neutralen Störstellen

N_D^+, N_A^- " " ionisierten "

Neutralitätsbedingung zur Bestimmung v. E_F :

$$n + N_A^- = p + N_D^+ \quad (8.5)$$

$$N_D = N_D^0 + N_D^+ ; \quad N_A = N_A^0 + N_A^-$$

Besetzung v. Donatoren mit Elektronen:

$$n_D := N_D^0 = N_D \frac{1}{e^{(E_D - E_F)/kT} + 1} \quad (8.6)$$

$$p_A := N_A^0 = N_A \frac{1}{e^{(E_F - E_A)/kT} + 1}$$

Es liege ein reiner n-Halbleiter vor ($N_A = 0$). (8.8)

$$(8.2) \Rightarrow n = N_{\text{eff}}^L e^{-\frac{E_L - E_F}{kT}} \Rightarrow e^{\frac{E_F}{kT}} = \left(\frac{n}{N_{\text{eff}}^L} \right) e^{\frac{E_L}{kT}}$$

$$\begin{matrix} (8.5) \\ (8.6) \end{matrix} \Rightarrow N_D^+ = N_D - N_D^0 = N_D \left(1 - \frac{1}{e^{\frac{(E_D - E_F)/kT}{+1}}} \right)$$

Intrinsische Ladungsträgerkonz. viel kleiner als $N_D^+ \gg n$,

$$\begin{aligned} n \approx N_D^+ &= N_D \left(1 - \frac{1}{e^{\frac{E_D}{kT}} \cdot \frac{N_{\text{eff}}^L}{n} \cdot e^{-\frac{E_L}{kT}} + 1} \right) \\ &= N_D \left(\frac{\left(\frac{N_{\text{eff}}^L}{n} \right) e^{\frac{E_D - E_L}{kT}}}{1 + \frac{N_{\text{eff}}^L}{n} e^{\frac{E_D - E_L}{kT}}} \right) \\ &= N_D \left(\frac{1}{1 + \frac{n}{N_{\text{eff}}^L} e^{\frac{E_L - E_D}{kT}}} \right) \end{aligned}$$

$$E_L - E_D = E_d$$

→
nach längerer
Rechnung

$$n + \frac{n^2}{N_{\text{eff}}^L} e^{\frac{E_d}{kT}} = N_D$$

$$n = 2N_D \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{N_D}{N_{\text{eff}}^L} e^{\frac{E_d}{kT}}} \right)^{-1}$$

seht kompliziert aus → Näherung für kleines T :

$$4 \frac{N_D}{N_c} e^{\frac{E_d}{kT}} \gg 1$$

$$\rightarrow n \approx \sqrt{N_D N_{eff}^L} e^{-\frac{E_d}{2kT}} \quad (5.2.4)$$

Dieser T-Bereich nennt man Störstellenreserve
nicht alle Donatoren haben ihr Elektron abgegeben.
exp. Abh. von T.

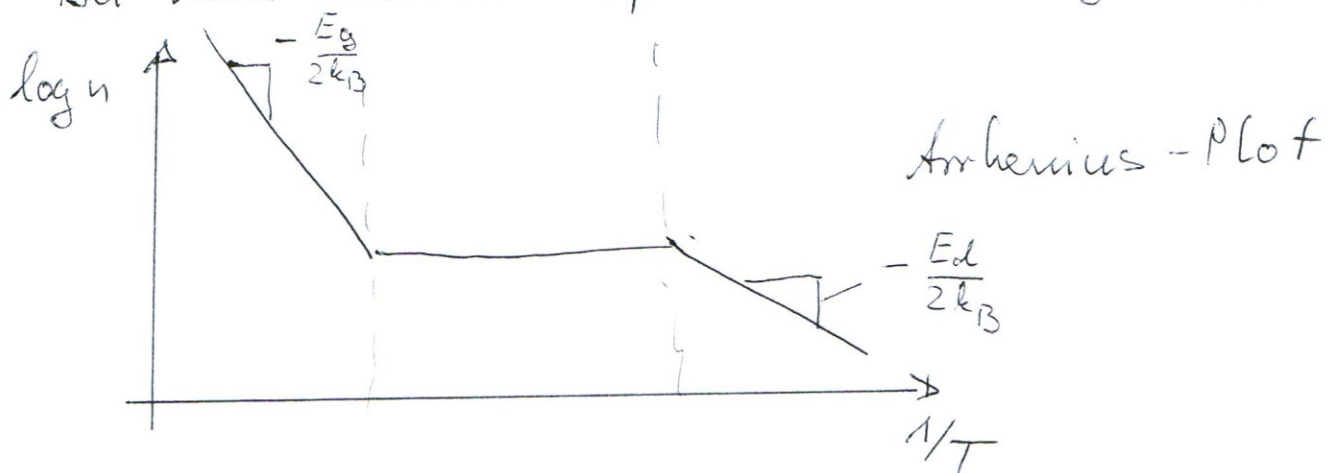
Näherung für hohe Temperatur.

$$4 \frac{N_D}{N_c} e^{\frac{E_d}{kT}} \ll 1$$

$$\rightarrow n \approx N_D \quad (\text{unabh. von } T)$$

Erschöpfungszustand (alle Donatoren ionisiert.)

Bei noch höheren Temperaturen überwiegt n_i .



n-dot Si; $N_D = 3 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ P-Dotierung

$\rightarrow$ Erschöpfungsbereich 45K – 500K.

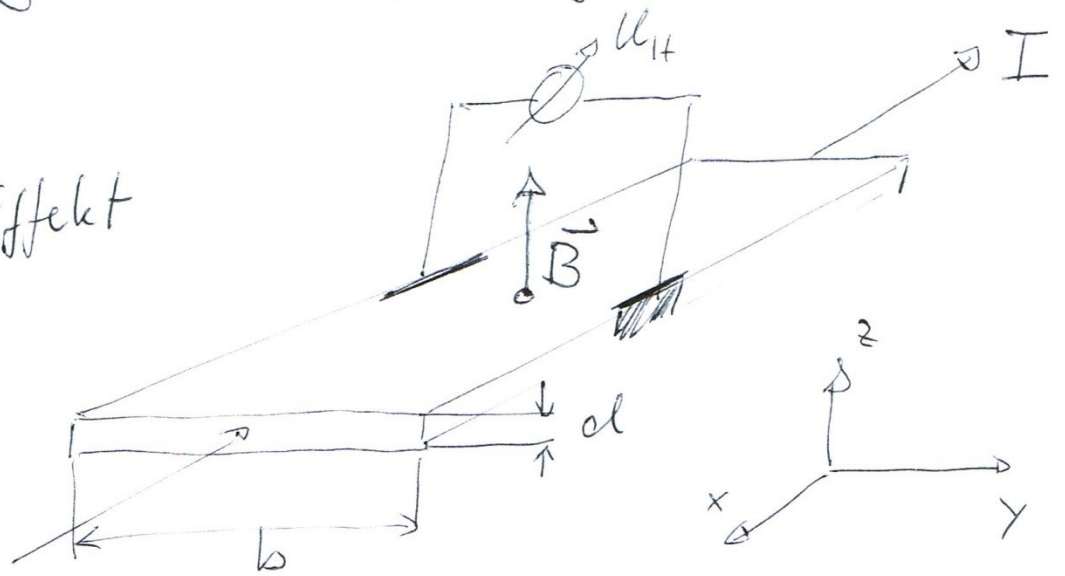
$\hat{=}$ Nutzbarer Arbeitsbereich.

E-lev. Leit. für Ge: 20K – 300K

Messung d. Ladungsträgerdichte:

(8.10)

Hall-Effekt



Lorentz-Kraft $\vec{F}_{\text{Lor}} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$; $F_{\text{Lor}, y} = ev_x B_z$

Elektr.-Kraft $\vec{F}_{\text{El}} = -e\vec{E}$; $F_{\text{El}, y} = -e \frac{U_H}{b}$

$$F_{\text{Lor}, y} + F_{\text{El}, y} = ev_x B_z - e \frac{U_H}{b} = 0$$

$$\rightarrow U_H = b v_x B$$

Stromdichte

$$j_x = \frac{I}{b \cdot d} = -en v_x, v_x = -\frac{1}{ne} \frac{I}{bd}$$

$$\rightarrow U_H = -\frac{1}{ne} \frac{IB}{d}$$

Exp. Größen $U_H, I, B, d \rightarrow n$